



Soal Ujian Komprehensif

- Bahan ujian komprehensif memuat konsep-konsep penting pada bidang: Logika, Kalkulus, dan Matriks / Aljabar Linear.
- Soal ujian disediakan secara terbuka, dapat diperoleh setiap saat agar mahasiswa dapat mempersiapkan diri dengan baik sebelum ujian.
- Kelulusan ujian komprehensif merupakan prasyarat dilaksanakannya sidang tugas akhir.

1 Logika

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan
 - (a) proposisi dan berikan contohnya,
 - (b) argumen dan berikan contoh.
2. Tentukan cara menentukan kesahan suatu argumen dan berikan contohnya.
3. Jelaskan yang dimaksud dengan
 - (a) semesta dan berikan contohnya,
 - (b) predikat dan berikan contohnya,
 - (c) suku pengkuantifikasi dan berikan contohnya.
4. Jelaskan cara menentukan nilai kebenaran suatu proposisi berpredikat dan berikan contohnya.
5. Jelaskan definisi dan berikan contohnya
 - (a) himpunan,
 - (b) *Cartesian product*,
 - (c) relasi,
 - (d) fungsi.
6. Jelaskan definisi dari
 - (a) fungsi injektif beserta contohnya,
 - (b) fungsi surjektif dan contohnya,
 - (c) fungsi bijektif beserta contohnya.

7. Jelaskan konsep

- (a) pembuktian langsung dan berikan contohnya,
- (b) pembuktian kontrapositif dan berikan contohnya,
- (c) pembuktian *reductio ad absurdum* dan berikan contohnya,
- (d) pembuktian dengan prinsip induksi matematik dan berikan contohnya.

8. Diberikan sebuah teorema kalkulus.

"Jika f dapat diturunkan di a , maka f kontinu di a ."

(a) Apakah kebalikan pernyataan tersebut berlaku, yaitu

"Jika f kontinu di a , maka f dapat diturunkan di a ."

(b) Diberikan fungsi f , dengan

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 5 & , \quad x < 1 \\ 10 - 2x & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Periksa apakah

- i. f kontinu di $x = 1$?
- ii. f terturunkan di $x = 1$?

2 Kalkulus

1. Selang, Ketaksamaan dan Nilai Mutlak

- Jelaskan hubungan antara himpunan bilangan asli, himpunan bilangan bulat, himpunan bilangan rasional, dan himpunan bilangan real!
- Berikan definisi ketaksamaan dan himpunan penyelesaian suatu ketaksamaan?
- Jelaskan definisi $|x|$ dan berikan interpretasi geometrisnya.
- Sebutkan sifat-sifat nilai mutlak yang terkait dengan ketaksamaan.

2. Fungsi

- Jelaskan definisi fungsi, daerah asal dan daerah hasil fungsi!
- Apa yang dimaksud dengan transformasi fungsi? Berikan contohnya.
- Sebutkan beberapa operasi aljabar fungsi dan cara menentukan daerah asalnya!
- Jelaskan pengertian fungsi komposisi dan tuliskan cara menentukan daerah asalnya.

3. Limit dan Kekontinuan

- Berikan ilustrasi geometris dan jelaskan makna dari $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$.
- Apa yang dimaksud dengan limit kiri, limit kanan, limit takhingga dan limit di ketakhinggaan?
- Jelaskan pengertian "fungsi f kontinu di $x = a$ " dan berikan contohnya.

4. Turunan

- Misalkan diberikan fungsi f . Gunakan definisi turunan untuk menuliskan dua rumus $f'(c)$.
- Jelaskan kaitan antara keterturunan dan kekontinuan fungsi. Nyatakan dengan syarat cukup dan syarat perlu.
- Jelaskan konsep aturan rantai dalam menentukan turunan suatu fungsi.
- Jelaskan konsep turunan implisit dalam menentukan $\frac{dy}{dx}$ suatu fungsi.

5. Terapan turunan

- Jelaskan definisi nilai ekstrem lokal/global!
- Jelaskan bagaimana cara untuk menentukan nilai ekstrem lokal dan nilai ekstrem global?
- Jelaskan bagaimana turunan pertama dan turunan kedua suatu fungsi kontinu memengaruhi sketsa grafiknya.
- Buat ilustrasi grafik suatu fungsi yang tidak mempunyai turunan di c .

6. Integral

- (a) Gunakan limit jumlah Riemann untuk mendefinisikan integral $\int_a^b f(x) dx$. Ilustrasikan dalam bentuk luas daerah!
- (b) Jelaskan makna Teorema Dasar Kalkulus I dan II.
- (c) Jelaskan mengenai teknik-teknik dalam mengintegalkan suatu fungsi! Lalu terapkan teknik tersebut untuk menghitung integral berikut

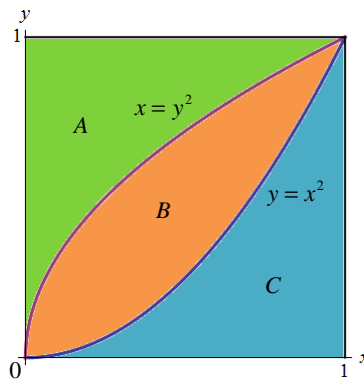
i. $\int \frac{2x}{x^2 - 4} dx$

ii. $\int \frac{2}{x^2 - 4} dx$

iii. $\int \frac{2}{x^2 + 4} dx$

iv. $\int_1^e x \ln x dx$

- (d) Perhatikan grafik kurva-kurva berikut



- i. Tentukan luas daerah B dengan menggunakan sekatan tegak dan datar
- ii. Bagaimanakah cara menentukan luas daerah A dan C ?

3 Matriks, Aljabar Linear

1. **Matriks Dasar.** Berikan definisi dan contoh tentang
 - (a) matriks diagonal,
 - (b) matriks segitiga,
 - (c) matriks simetrik,
 - (d) minor-kofaktor unsur a_{ij} dari matriks $\mathbf{A} = (a_{i,j})$.
2. **Determinan.** Diketahui matriks segi \mathbf{A} berukuran $n \times n$.
 - (a) Jelaskan metode untuk menentukan determinan dan invers matriks \mathbf{A} .
 - (b) Bagaimanakah cara termudah menentukan determinan \mathbf{A} untuk $n = 2, 3$. Berlakukah pola keteraturan tersebut untuk $n > 3$?
3. **Pangkat.** Misalkan \mathbf{A} adalah matriks berukuran $m \times n$.
 - (a) Berapakah kemungkinan pangkat tertinggi dan terendah bagi \mathbf{A} ?
 - (b) Tentukan hubungan antara m, n , dan pangkat \mathbf{A} agar \mathbf{A} memiliki invers.
4. **Sistem Persamaan Linear (SPL).** Diketahui matriks segi \mathbf{A} berukuran $m \times n$ dan SPL $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.
 - (a) Jelaskan metode untuk menyelesaikan SPL tersebut.
 - (b) Jika $m = n$ dan \mathbf{A} berpangkat penuh, apakah SPL tersebut memiliki solusi? Jika memiliki solusi, apakah solusinya khas ataukah banyak? Jelaskan!
 - (c) Jika $m = n$, $\det(\mathbf{A}) = 0$, dan \mathbf{b} berupa vektor nol, apakah SPL tersebut memiliki solusi taktrivial? Jelaskan!
 - (d) Jika $m \neq n$ dan $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$, bagaimanakah kemungkinan solusi SPL tersebut?
5. **Ruang vektor**
 - (a) Jelaskan apakah yang dimaksud dengan ruang vektor real, serta berikan contohnya.
 - (b) Misalkan W adalah anak ruang (ruang bagian) dari ruang vektor $V = \mathbb{R}^3$.
 - i. Berapakah $\dim(V)$, jelaskan.
 - ii. Berapakah $\dim(W)$ yang mungkin dan sebutkan nama ruang vektor yang terbentuk.
6. **Kebebasan Linear, Basis.** Uraikan secara ringkas dan berikan contoh tentang:
 - (a) kombinasi linear,
 - (b) kebebasan linear,
 - (c) basis dan dimensi.

7. **Nilai/Vektor Eigen.** Untuk matriks segi \mathbf{A} ,

- (a) apakah yang dimaksud dengan persamaan karakteristik bagi matriks \mathbf{A} ,
- (b) jelaskan cara menentukan nilai eigen dan vektor eigen matriks \mathbf{A} .

8. **Pendiagonalan Matriks.**

- (a) Uraikan secara ringkas dan berikan contoh tentang pendagonalan matriks segi.
- (b) Untuk matriks segi $\mathbf{A}_{n \times n}$, berikan syarat cukup dan perlu agar \mathbf{A} terdiagonalnalkan. Jelaskan, dan berikan contoh.

— — — $\varepsilon\eta\delta$ — — —
kompre ver 2012