

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
KOMISI UJIAN DAN KURIKULUM



UJIAN KEANGGOTAAN

MATA UJIAN : A-20 Probabilitas dan Statistik
TANGGAL : 30 Nopember 2010
WAKTU : 09.00 - 12.00 WIB
SIFAT UJIAN : TUTUP BUKU

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA

(PAI)

Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang.
10. Alat komunikasi (telepon seluler, pager, dan lain-lain) harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar kepada komisi penguji selambat-lambatnya 14 (empat belas) hari kerja sejak tanggal pelaksanaan ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA

(PAI)

Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian dengan kode A

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Berilah tanda silang pada jawaban yang Saudara anggap benar di lembar jawaban. Jika Saudara telah menentukan jawaban dan kemudian ingin merubahnya dengan yang lain, maka coretlah jawaban yang salah dan silang jawaban yang benar.
4. Jangan lupa menuliskan nomor ujian Saudara pada tempat yang sediakan dan tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.

Ujian dengan kode A

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi an terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa menuliskan nomor ujian Saudara pada tempat yang disediakan dan tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.

1. Jika suatu ruang sampel dapat ditulis sebagai $S = A \cup B$, dimana peluang $P(A) = 1/2$, dan peluang $P(B) = 3/4$, maka carilah peluang $P(A \cap B)$?
 - (A). $1/2$.
 - (B). $1/4$.
 - (C). $1/3$.
 - (D). $3/4$.
2. Berapa banyak susunan huruf-huruf berbeda yang dapat dibuat dari kata MATEMATIKA.
 - (A). 3.628.800.
 - (B). 151.200.
 - (C). 75.600.
 - (D). 25.200.
3. Misalkan X dan Y merupakan dua peubah acak seragam (*uniform*) pada $\{1, 2, \dots, n\}$. Misalkan kedua peubah acak tersebut saling bebas. Hitunglah peluang $P(X = Y)$.
 - (A). $1/n$.
 - (B). $1/n^2$.
 - (C). $1/(n + 1)$.
 - (D). $2/n$.
4. Peubah acak kontinu X mempunyai fungsi densitas peluang
$$f(x) = \frac{1}{2}(1 + x), \quad -1 < x < 1.$$
Misalkan $Y = X^3$. Hitunglah ekspektasi $E(Y)$.
 - (A). $1/2$.
 - (B). $1/4$.
 - (C). $2/5$.
 - (D). $1/5$.
5. Misalkan $E(X) = 3$, dan $E(X^2) = 6$. Hitunglah $E[(2 + 4X)^2]$.
 - (A). 100.
 - (B). 112.
 - (C). 124.
 - (D). 148.
6. Masa hidup (dalam jam) suatu tabung elektronik merupakan suatu

peubah acak dengan fungsi densitas peluang

$$f(x) = xe^{-x}; \quad x \geq 0.$$

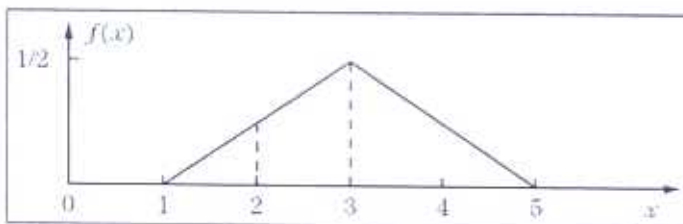
Hitunglah ekspektasi masa hidup tabung elektronik tersebut.

- (A). 1.
- (B). 2.
- (C). 3.
- (D). 4.

7. Mana dari fungsi-fungsi di bawah ini yang bukan merupakan distribusi peluang untuk peubah acak diskrit X .

- (A). $f(x) = \frac{x+2}{25}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4, 5$.
- (B). $f(x) = \frac{x-2}{5}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4, 5$.
- (C). $f(x) = \frac{x^2}{30}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4$.
- (D). $f(x) = \frac{1}{5}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4, 5$.

8. Misalkan X menyatakan peubah acak kontinu yang fungsi densitas peluangnya ditunjukkan oleh gambar di bawah ini. Hitunglah peluang $P(X \leq 4)$



- (A). 1/4.
- (B). 1/3.
- (C). 1/2.
- (D). 5/6.

9. Misalkan bahwa banyaknya kecelakaan yang terjadi di suatu jalan raya setiap hari merupakan suatu peubah acak Poisson dengan parameter $\lambda = 3$. Distribusi peluangnya adalah

$$f(x) = \frac{e^{-3} 3^x}{x!}; \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

Hitunglah peluang bahwa paling banyak satu kecelakaan terjadi hari ini.

- (A). $4e^{-3}$.
 (B). $1/2 - e^{-3}$.
 (C). $1 - e^{-3}$.
 (D). $1 - 3e^{-3}$.

10. Misalkan X merupakan peubah acak binomial dengan distribusi peluang

$$f(x) = \binom{3}{x} \left(\frac{2}{5}\right)^x \left(\frac{3}{5}\right)^{3-x}; \quad x = 0, 1, 2, 3.$$

Tentukan distribusi peluang untuk peubah acak $Y = X^2$.

- (A). $f(y) = \binom{3}{y} \left(\frac{2}{5}\right)^y \left(\frac{3}{5}\right)^{3-y}; \quad y = 0, 1, 2, 3.$
 (B). $f(y) = \binom{3}{y} \left(\frac{2}{5}\right)^y \left(\frac{3}{5}\right)^{3-y}; \quad y = 0, 1, 4, 9.$
 (C). $f(y) = \binom{3}{\sqrt{y}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{y}} \left(\frac{3}{5}\right)^{3-\sqrt{y}}; \quad y = 0, 1, 2, 3.$
 (D). $f(y) = \binom{3}{\sqrt{y}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{y}} \left(\frac{3}{5}\right)^{3-\sqrt{y}}; \quad y = 0, 1, 4, 9.$

11. Dalam sebuah kotak berisi 6 bola lampu yang baik dan 4 bola lampu yang rusak. Dua bola lampu diambil sekaligus dari kotak tersebut. Probabilitas bola lampu yang terambil keduaanya rusak adalah :

- (A). $\frac{1}{15}$ (B). $\frac{2}{15}$ (C). $\frac{3}{15}$
 (D). $\frac{4}{15}$

12. Sebuah dompet berisi 10 lembar uang terdiri 5 lembar pecahan Rp 10.000,- , 3 lembar pecahan Rp 20.000,- dan 2 lembar pecahan Rp 50.000,-. Secara random diambil 2 lembar uang sekaligus dari dompet tersebut. Probabilitas diperoleh nilai kedua lembar uang tersebut sama dengan Rp 30.000,- adalah

- (A). $2/9$
 (B). $1/3$
 (C). $4/9$
 (D). $5/9$

13. Sampel 15 orang mahasiswa diketahui 10 orang putra dan 5 orang putri dengan mean dan variansi berat badan seluruh mahasiswa 61 kg dan $\frac{530}{14}$ kg². Jika mean dan variansi berat badan seluruh mahasiswa putra dalam sampel tersebut 65 kg dan 4 kg², maka variansi berat badan kelima orang mahasiswa putri tersebut adalah

- (A). 3,0 kg²
 (B). 3,5 kg²
 (C). 4,0 kg²
 (D). 4,5 kg²

14. Diketahui X_1 dan X_2 adalah variabel acak dengan fungsi kepekatan peluang bersama (*joint probability density function*):

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} 6x_2 & , 0 < x_2 < x_1 < 1 \\ 0 & , \text{selainnya} \end{cases}$$

Tentukan $E \left[X_2 \mid X_1 = \frac{1}{4} \right]$

- (A). $\frac{1}{6}$ (B). $\frac{1}{5}$ (C). $\frac{1}{4}$ (D). $\frac{1}{3}$

15. Bola lampu listrik dari merek A memiliki daya tahan mean 1320 jam dengan deviasi standart 200 jam, sementara bola lampu listrik merek B memiliki daya tahan mean 1200 dengan deviasi standart 100 jam. Jika sample yang diambil secara acak terdiri dari 125 bola lampu untuk setiap merek diuji. Berapakah probabilitas bahwa merek A akan memiliki daya tahan mean yang paling sedikit 160 jam lebih besar dari pada bola lampu merek B adalah

- (A). 0,023
 (B). 0,477
 (C). 0,977
 (D). 0,987

16. Nilai rata-rata ujian Statistika dari 40 mahasiswa adalah 75. Sepuluh orang mahasiswa mengikuti ujian susulan, sehingga nilai rata-rata keseluruhan

menjadi 72. Nilai rata-rata mahasiswa yang mengikuti ujian susulan tersebut adalah:

- (A). 55 (B). 60 (C). 65 (D). 70

17. Diketahui bahwa rata-rata (*mean*) dari besarnya klaim suatu asuransi kecelakaan sama dengan \$400, dan simpangan bakunya sebesar \$1000. Setiap klaim bersifat independen. Tentukan peluang bahwa jumlah dari 25 klaim nilainya melebihi \$20000.

- (A). 0,023
 (B). 0,238
 (C). 0,477
 (D). 0,977

18. Jika X merupakan peubah acak binomial dengan nilai ekspektasi 6 dan variansi 2,4, hitunglah peluang $P(X = 1)$. Sebagai catatan, distribusi peluang untuk peubah acak binomial adalah

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}; \quad x = 0, 1, \dots, n.$$

Pilihan Jawaban

- (A). $0,6 \cdot (0,4)^9$.
 (B). $0,4 \cdot (0,6)^9$.
 (C). $6 \cdot (0,4)^9$.
 (D). $6 \cdot (0,6)^9$.

19. Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n adalah peubah-peubah acak yang saling bebas dan berdistribusi identik, dengan distribusi peluang

$$P(X_i = 0) = P(X_i = 2) = \frac{1}{4}, \text{ dan } P(X_i = 1) = \frac{1}{2}.$$

Misalkan bahwa peubah acak $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Hitunglah $E(S_n)$.

Pilihan Jawaban

- (A). 1.
 (B). n^2 .
 (C). $1/n$.
 (D). n .

20. Misalkan X merupakan suatu peubah acak dimana $P(X = -c) = P(X = c) = 1/2$, untuk $c > 0$. Hitunglah Variansi $Var(X)$.

Pilihan Jawaban

- (A). $1 - c$.
(B). c .
(C). $1 - c^2$.
(D). c^2 .
21. Diberikan suatu peubah acak kontinu X , dimana fungsi distribusi kumulatifnya memenuhi $F(x) = 0$, untuk $x < 0$, $F(x) = 1$, untuk $x > 1$, dan $F(x) = x(2 - x)$, untuk $0 \leq x \leq 1$. Tentukan ekspektasi $E(X)$.

Pilihan Jawaban

- (A). $1/3$.
(B). $1/4$.
(C). $1/2$.
(D). $2/3$.
22. Hitunglah median dari distribusi peluang berikut
 $f(x) = 3x^2, \quad 0 < x < 1$.

Pilihan Jawaban

- (A). $\left(\frac{1}{3}\right)^{1/2}$.
(B). $(2)^{1/3}$.
(C). $(3)^{1/2}$.
(D). $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$.
23. Dalam suatu ujian, seorang mahasiswa diharuskan menjawab 7 soal dari 10 soal yang diberikan. Berapa banyak pilihan yang dimiliki oleh mahasiswa jika dia harus menjawab paling sedikit 3 soal dari 5 soal yang pertama?

Pilihan Jawaban

- (A). 120.
(B). 110.
(C). 100.
(D). 252.

24. Sepasang suami istri mempunyai 2 orang anak. Berapa peluangnya bahwa kedua-duanya perempuan bila diketahui anak tertuanya adalah perempuan?

Pilihan Jawaban

- A. $3/4$.
- B. $1/4$.
- C. $1/3$.
- D. $1/2$.

25. Misalkan untuk dua kejadian A dan B, diketahui $P(A) = 3/4$, dan $P(B) = 3/8$. Mana dari pernyataan berikut yang benar:

Pilihan Jawaban

- (A). $P(A \cup B) \geq 3/8$.
- (B). $P(A \cup B) \geq 1/8$.
- (C). $P(A \cup B) \geq 3/4$.
- (D). $P(A \cup B) \geq 1/4$.

26. Diketahui ruang sampel, $S = \{x \text{ bilangan integer} | 1 \leq x \leq 200\}$, dan kejadian A, dimana $A = \{x \in S | x^2 + 1 \leq 630\}$. Hitunglah peluang $P(A)$.

Pilihan Jawaban

- (A). $P(A) = 3/4$.
- (B). $P(A) = 1/2$.
- (C). $P(A) = 1/4$.
- (D). $P(A) = 1/8$.

27. Misalkan peubah acak X mempunyai fungsi densitas peluang $f(x) = cx + d$, untuk $0 \leq x \leq 1$, dan diketahui bahwa peluang $P\left(X > \frac{1}{2}\right) = 3/4$. Tentukanlah konstanta c dan d .

Pilihan Jawaban

- (A). $c = 0, d = 2$.
- (B). $c = 2, d = 0$.
- (C). $c = 2, d = 1$.
- (D). $c = 1, d = 2$.

28. Mahasiswa-mahasiswa di suatu perguruan tinggi tertentu memesan majalah A, B, dan C dengan komposisi: mahasiswa yang memesan majalah A ada 20%, mahasiswa yang memesan majalah B ada 15%, mahasiswa yang memesan majalah C ada 10%, mahasiswa yang memesan majalah A dan B ada 5%, mahasiswa yang memesan majalah A dan C ada 4%, mahasiswa yang memesan majalah B dan C ada 3%, dan mahasiswa yang memesan majalah A, B dan C ada 2%. Jika seorang mahasiswa dipilih secara acak, berapa peluangnya bahwa mahasiswa tersebut tidak memesan majalah baru?

Pilihan Jawaban

- (A). 0,41.
- (B). 0,45.
- (C). 0,59.
- (D). 0,55.

29. Peubah acak kontinu X mempunyai fungsi densitas peluang

$$f(x) = 0,5 \cdot e^{-|x|}; \quad \text{untuk } -\infty < x < \infty.$$

Hitunglah peluang $P(|X| \geq 2)$.

Pilihan Jawaban

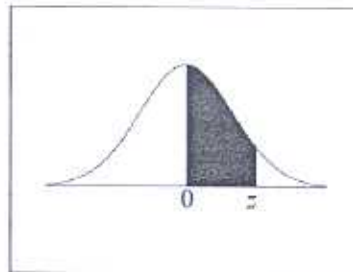
- (A). e^{-2} .
- (B). $1 - e^{-2}$.
- (C). $\frac{1}{2} - e^{-2}$.
- (D). $e^{-1/2}$.

30. Misalkan peubah acak X mempunyai fungsi pembangkit momen (*moment generating function*) $M_X(t) = E(e^{tX})$. Untuk sembarang konstanta a dan b , maka fungsi pembangkit momen untuk peubah acak $aX + b$ adalah

Pilihan Jawaban

- (A). $e^{at} M_X(bt)$.
- (B). $e^{a+bt} M_X(at)$.
- (C). $e^{at+b} M_X(t)$.
- (D). $e^{bt} M_X(at)$.

Standard Normal Distribution Table



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998