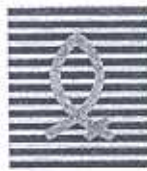


PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
KOMISI UJIAN DAN KURIKULUM



UJIAN KEANGGOTAAN

MATA UJIAN : A-20 Probabilitas dan Statistik
TANGGAL : 29 Juni 2010
WAKTU : 09.00 - 12.00 WIB
SIFAT UJIAN : TUTUP BUKU

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA

(PAI)

Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang.
10. Alat komunikasi (telepon seluler, pager, dan lain-lain) harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar kepada komisi penguji selambat-lambatnya 5 (lima) hari kerja sejak tanggal pelaksanaan ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA

(PAI)

Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian dengan kode A

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Berilah tanda silang pada jawaban yang Saudara anggap benar di lembar jawaban. Jika Saudara telah menentukan jawaban dan kemudian ingin merubahnya dengan yang lain, maka coretlah jawaban yang salah dan silang jawaban yang benar.
4. Jangan lupa menuliskan nomor ujian Saudara pada tempat yang disediakan dan tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.

Ujian dengan kode A

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi an terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa menuliskan nomor ujian Saudara pada tempat yang disediakan dan tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.



1. Berikut ini Pernyataan himpunan yang tidak benar adalah

- (A). $A \cap (B \cup C)' = (A \cap B') \cup (A \cap C')$
- (B). $A \cup (A' \cap B') = A \cup B'$
- (C). $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- (D). $A \cap (A' \cap B) = \emptyset$

2. Misalkan A dan B adalah kejadian (*event*) dengan $P[A] = \frac{3}{4}$ dan $P[B] = \frac{1}{3}$.
Pernyataan yang benar adalah:

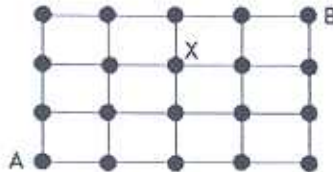
- (A). $\frac{1}{12} \leq P[A \cap B] \leq \frac{1}{3}$
- (B). $\frac{1}{12} \leq P[A \cap B] \leq \frac{1}{4}$
- (C). $\frac{3}{12} \leq P[A \cap B] \leq \frac{1}{3}$
- (D). $\frac{3}{12} \leq P[A \cap B] \leq \frac{1}{4}$

3. Jika A , B , dan C adalah kejadian (*Event*) dalam ruang sampel dan diketahui $P(A) = 2P(B) = 3P(C)$. Hitunglah $P(A)$

- (A) $4/9$
- (B) $6/11$
- (C) $1/6$
- (D) $9/11$



4. Perhatikan titik-titik di bawah ini. Misalkan pergerakan dimulai dari titik A kemudian bergerak satu langkah ke atas atau satu langkah ke kanan setiap kali bergerak. Pergerakan terus dilanjutkan sampai ke titik B. Berapa banyak jalur berbeda dari A ke B yang tidak melewati titik X?



- (A). 35.
(B). 41.
(C). 29.
(D). 210.
5. Berapa banyak susunan huruf-huruf berbeda yang dapat dibuat dari kata STATISTIKA.
- (A). 3.628.800.
(B). 75.600.
(C). 252.
(D). 120.
6. Peubah acak kontinu X mempunyai fungsi densitas peluang

$$f(x) = \frac{1}{2}(1+x), \quad -1 < x < 1.$$

Misalkan $Y = X^2$. Hitunglah ekspektasi $E(Y)$.

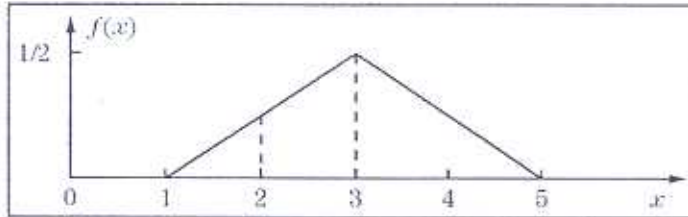
- (A). $1/4$.
(B). $3/4$.
(C). $1/3$.
(D). $1/2$.



7. Misalkan $E(X) = 2$, dan $E(X^2) = 4$. Hitunglah $E[(2 + 4X)^2]$.
- (A). 100.
(B). 101.
(C). 102.
(D). 103.
8. Misalkan X merupakan suatu peubah acak dimana $P(X = -c) = P(X = c) = 1/2$, untuk $c > 0$. Hitunglah Variansi $Var(X)$.
- (A). $1 - c$.
(B). c .
(C). $1 - c^2$.
(D). c^2 .
9. Mana dari fungsi-fungsi di bawah ini yang bukan merupakan distribusi peluang untuk peubah acak diskrit X .
- (A). $f(x) = \frac{x + 2}{25}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4, 5$.
(B). $f(x) = \frac{x - 2}{7}$; untuk $x = 3, 4, 6$.
(C). $f(x) = \frac{x^2}{30}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4$.
(D). $f(x) = \frac{1}{5}$; untuk $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.



10. Misalkan X menyatakan peubah acak kontinu yang fungsi densitas peluangnya ditunjukkan oleh gambar di bawah ini. Hitunglah peluang $P(X \leq 3)$



- (A). $1/4$.
(B). $1/3$.
(C). $1/2$.
(D). $2/3$.
11. Misalkan bahwa banyaknya kecelakaan yang terjadi di suatu jalan raya setiap hari merupakan suatu peubah acak Poisson dengan parameter $\lambda = 3$. Distribusi peluangnya adalah

$$f(x) = \frac{e^{-3} 3^x}{x!}; \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

Hitunglah peluang bahwa paling sedikit satu kecelakaan terjadi hari ini.

- (A). e^{-3} .
(B). $1/2 - e^{-3}$.
(C). $1 - e^{-3}$.
(D). $1 - 3e^{-3}$.
12. Misalkan X dan Y merupakan dua peubah acak seragam (*uniform*) pada $\{1, 2, \dots, n\}$. Misalkan kedua peubah acak tersebut saling bebas. Hitunglah peluang $P(X = Y)$.

- (A). $1/n$.
(B). $1/n^2$.
(C). $1/(n + 1)$.
(D). $2/n$.



13. Masa hidup (dalam jam) suatu tabung elektronik merupakan suatu peubah acak dengan fungsi densitas peluang

$$f(x) = xe^{-x}; \quad x \geq 0.$$

Hitunglah ekspektasi masa hidup tabung elektronik tersebut.

- (A). 1.
(B). 2.
(C). 3.
(D). 4.
14. Jika suatu ruang sampel dapat ditulis sebagai $S = A \cup B$, dimana peluang $P(A) = 1/2$, dan peluang $P(B) = 3/4$, maka carilah peluang $P(A \cap B)$?

- (A). $1/2$.
(B). $1/4$.
(C). $1/3$.
(D). $3/4$.

15. Sepasang suami istri mempunyai 2 orang anak. Berapa peluangnya bahwa kedua-duanya perempuan bila diketahui anak tertuanya adalah perempuan?

- (A). $3/4$.
(B). $1/4$.
(C). $1/3$.
(D). $1/2$.



16. Misalkan X merupakan peubah acak binomial dengan distribusi peluang

$$f(x) = \binom{3}{x} \left(\frac{2}{5}\right)^x \left(\frac{3}{5}\right)^{3-x}; \quad x = 0, 1, 2, 3.$$

Tentukan distribusi peluang untuk peubah acak $Y = X^2$.

- (A). $f(y) = \binom{3}{y} \left(\frac{2}{5}\right)^y \left(\frac{3}{5}\right)^{3-y}; \quad y = 0, 1, 2, 3.$
(B). $f(y) = \binom{3}{y} \left(\frac{2}{5}\right)^y \left(\frac{3}{5}\right)^{3-y}; \quad y = 0, 1, 4, 9.$
(C). $f(y) = \binom{3}{\sqrt{y}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{y}} \left(\frac{3}{5}\right)^{3-\sqrt{y}}; \quad y = 0, 1, 2, 3.$
(D). $f(y) = \binom{3}{\sqrt{y}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{y}} \left(\frac{3}{5}\right)^{3-\sqrt{y}}; \quad y = 0, 1, 4, 9.$
17. Misalkan suatu perusahaan asuransi mengkategorikan orang ke dalam tiga kelas: risiko baik, risiko menengah, dan risiko buruk. Berdasarkan data diketahui bahwa peluang seseorang dengan risiko baik, menengah, dan buruk akan mengajukan klaim selama satu tahun masing-masing adalah 0,05, 0,15, dan 0,3. Diketahui pula bahwa dalam populasi ada 20% risiko baik, 50% risiko menengah, dan 30% risiko buruk. Bila diketahui dalam rentang waktu satu tahun pemegang polis X tidak mengajukan klaim, berapa peluangnya bahwa dia termasuk risiko baik?

- (A). $\frac{2}{21}$ (B). $\frac{18}{79}$ (C). $\frac{18}{21}$ (D). $\frac{2}{79}$

18. Dalam sebuah kotak berisi 6 bola lampu yang baik dan 4 bola lampu yang rusak. Dua bola lampu diambil sekaligus dari kotak tersebut. Probabilitas bola lampu yang terambil kedua-duanya baik adalah :

- (A). $\frac{1}{9}$ (B). $\frac{2}{9}$ (C). $\frac{3}{9}$ (D). $\frac{4}{9}$



19. Sebuah dompet berisi 10 lembar uang terdiri 5 lembar pecahan Rp 10.000,- , 3 lembar pecahan Rp 20.000,- dan 2 lembar pecahan Rp 50.000,-. Secara random diambil 2 lembar uang sekaligus dari dompet tersebut. Probabilitas diperoleh nilai kedua lembar uang tersebut kurang dari Rp 30.000,- adalah
- (A). $\frac{2}{9}$ (B). $\frac{1}{3}$ (C). $\frac{4}{9}$ (D). $\frac{5}{9}$
20. Sampel 15 orang mahasiswa diketahui 10 orang putra dan 5 orang putri dengan mean dan variansi berat badan seluruh mahasiswa 61 kg dan $\frac{530}{14} \text{ kg}^2$. Jika mean dan variansi berat badan seluruh mahasiswa putra dalam sampel tersebut 65 kg dan 4 kg^2 , maka variansi berat badan kelima orang mahasiswa putri tersebut adalah
- (A). $3,0 \text{ kg}^2$ (B). $3,5 \text{ kg}^2$ (C). $4,0 \text{ kg}^2$ (D). $4,5 \text{ kg}^2$
21. Jumlah barang hasil produksi sebuah pabrik selama seminggu merupakan suatu variabel random dengan mean 500 dan variansi 250. Nilai probabilitas bahwa jumlah barang hasil produksi dalam minggu ini antara 450 dan 550 adalah
- (A). Minimum 0,96
(B). Minimum 0,90
(C). Minimum 0,86
(D). Minimum 0,80
22. Jika dari sampel 500 keluarga di sebuah kota yang berpenghuni 50.000 keluarga terdapat 40 keluarga miskin, maka batas konfidensi bawah dan atas banyaknya keluarga miskin kota tersebut pada tingkat konfidensi 95% adalah
- (A). 3762 dan 6237
(B). 3530 dan 6470
(C). 3685 dan 6315
(D). 4530 dan 5470



23. Diketahui X_1 dan X_2 adalah variabel acak dengan fungsi kepekatan peluang bersama (*joint probability density function*):

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} 6x_2 & , 0 < x_2 < x_1 < 1 \\ 0 & , \text{selainnya} \end{cases}$$

Tentukan $E \left[X_2 \mid X_1 = \frac{1}{4} \right]$

- (A). $\frac{1}{6}$ (B). $\frac{1}{5}$ (C). $\frac{1}{4}$ (D). $\frac{1}{3}$
24. Misalkan X berdistribusi Poisson dengan parameter λ . Misalkan pula $Y = 2X$. Maka pernyataan berikut ini yang **salah** adalah:
- (A). $P\{X \leq 1\} = e^{-\lambda}(\lambda + 1)$
(B). $\text{Var}[Y] = 4\lambda$
(C). $P\{Y \leq 2\} = e^{-\lambda}(\lambda + 2)$
(D). $P\{Y = 2\} = \lambda e^{-\lambda}$

25. Bola lampu listrik dari merek A memiliki daya tahan mean 1400 jam dengan deviasi standart 200 jam, sementara bola lampu listrik merek B memiliki daya tahan mean 1200 dengan deviasi standart 100 jam. Jika sample yang diambil secara acak terdiri dari 125 bola lampu untuk setiap merek diuji. Berapakah probabilitas bahwa merek A akan memiliki daya tahan mean yang paling sedikit 160 jam lebih besar dari pada bola lampu merek B adalah
- (A). 0,956 (B). 0,975 (C). 0,977 (D). 0,987

26. Nilai rata-rata ujian Statistika dari 40 mahasiswa adalah 75. Sepuluh orang mahasiswa mengikuti ujian susulan, sehingga nilai rata-rata keseluruhan menjadi 73. Nilai rata-rata mahasiswa yang mengikuti ujian susulan tersebut adalah:
- (A). 55 (B). 60 (C). 65 (D). 70



27. Diketahui bahwa rata-rata (*mean*) dari besarnya klaim suatu asuransi kecelakaan sama dengan \$400, dan simpangan bakunya sebesar \$1000. Setiap klaim bersifat independen. Tentukan peluang bahwa jumlah dari 85 klaim nilainya melebihi \$40000.
- (A). 0,29116 (B). 0,22663 (C). 0,74215 (D). 0,25785

28. Data dalam tabel berikut menunjukkan lama mengikuti program diet (X) dan penurunan berat badan (Y) 5 orang pasien yang mempunyai kelebihan berat badan (obes).

Pasien	X (bulan)	Y (kg)
1	3	6
2	2	5
3	1	4
4	4	9
5	5	11

Bila ada seorang pasien obes ingin menurunkan berat badan 12 kg, maka ia harus ikut diet selama:

- (A). 5,50 bln
(B). 5,67 bln
(C). 5,78 bln
(D). 6,00 bln
29. Dari data soal nomor 28 sebelumnya, koefisien korelasi pearson sama dengan:
- (A). 0,899 (B). 0,925 (C). 0,976 (D). 0,950



30. Tabel berikut menunjukkan volume lalu lintas dan konsentrasi karbon monoksida yang diambil dari sampel kualitas udara di suatu lokasi kota besar.

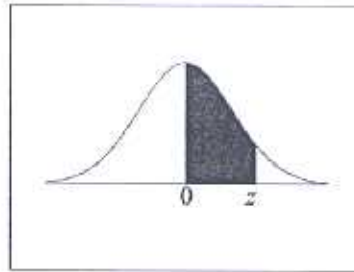
Volume lalu lintas (mobil per jam)	100	110	125	150	170	180	190
CO (ppm)	8,8	9,5	9,2	10,0	11,5	10,6	11,8

Untuk mengukur derajat hubungan antara volume lalu lintas dengan konsentrasi monoksida digunakan koefisien korelasi Spearman r_s . Nilai r_s untuk data dalam tabel tersebut sama dengan:

- (A). 0,929 (B). 0,924 (C). 0,869 (D). 0,829



Standard Normal Distribution Table



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998