

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA  
KOMISI UJIAN DAN KURIKULUM**



**UJIAN KEANGGOTAAN**

**MATA UJIAN : A-70 Teori Resiko**  
**TANGGAL : 29 Juni 2010**  
**WAKTU : 13.30 - 16.30 WIB**  
**SIFAT UJIAN : TUTUP BUKU**

# PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA

## (PAI)

### Komisi Penguji

#### TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang.
10. Alat komunikasi (telepon seluler, pager, dan lain-lain) harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar kepada komisi penguji selambat-lambatnya 5 (lima) hari kerja sejak tanggal pelaksanaan ujian.



# PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA

(PAI)

Komisi Penguji

## PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

### Ujian dengan kode A

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Berilah tanda silang pada jawaban yang Saudara anggap benar di lembar jawaban. Jika Saudara telah menentukan jawaban dan kemudian ingin merubahnya dengan yang lain, maka coretlah jawaban yang salah dan silang jawaban yang benar.
4. Jangan lupa menuliskan nomor ujian Saudara pada tempat yang disediakan dan tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.

### Ujian dengan kode A

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi an terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa menuliskan nomor ujian Saudara pada tempat yang disediakan dan tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.



1. Berikut adalah sampel acak dari 10 klaim dengan besaran sebagai berikut:

46	121	493	738	775
1078	1452	2054	2199	3207

Tentukan estimasi empiris yang di-smooth (smoothed empirical estimate) untuk percentile ke 90.

- Kurang dari 2150
  - Antara 2150 dan 2500
  - Antara 2500 dan 2850
  - Lebih besar dari 2850
2. Berikut adalah informasi mengenai dua jenis produk, di mana  $X$  adalah kerugian untuk setiap tertanggung

	Produk 1	Produk 2
Jumlah tertanggung	25	50
$E(X)$	380	23
$E(X^2)$	365.000	----

Anda juga diberi informasi hasil analisis bahwa Buhlmann  $k$  value adalah sebesar 2,65

Hitunglah Variansi dari Produk 2

- 2.280
  - 2.810
  - 7.280
  - 28.320
3. Untuk sebuah studi mortalitas dengan data right-censored, diberikan informasi sebagai berikut:

Waktu ( $t_i$ )	Jumlah Kematian ( $d_i$ )	Jumlah Risiko ( $Y_i$ )
5	2	15
7	1	12
10	1	10
12	2	6

Hitung estimasi dari  $S(12)$  dengan menggunakan estimasi Nelson-Aalen (12)

- 0,48
- 0,52
- 0,60
- 0,65



4. Anda diberitahu informasi berikut mengenai dua jenis risiko:
- Risiko A, mempunyai distribusi jumlah klaim mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata 1 klaim per tahun dan distribusi besar klaim mengikuti distribusi exponential dengan rata-rata 1
  - Risiko B, mempunyai distribusi jumlah klaim mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata 3 klaim per tahun dan distribusi besar klaim mengikuti distribusi exponential dengan rata-rata 3

Sebuah risiko dipilih secara acak dan hasil pengamatan menunjukkan bahwa terjadi 2 klaim dalam satu tahun. Masing2 besarnya adalah 1 dan 3. Hitung ekspektasi posterior dari kalim keseluruhan untuk risiko ini tahun depan

- Kurang dari 2
- Antara 2 – 4
- Antara 4 – 6
- Antara 6 – 8

Untuk soal no 5 dan 6 menggunakan informasi berikut

Ukuran sebuah klaim mengikuti distribusi inverse exponential distribution dengan probability density function sebagai berikut:

$$f(x|\theta) = \frac{\theta e^{-\theta/x}}{x^2}, x > 0$$

Parameter  $\theta$  mempunyai prior distribution dengan probability distribution function sebagai berikut:

$$g(\theta) = \frac{e^{-\theta/4}}{4}, \theta > 0$$

5. Sebuah claim dengan besar 2 terjadi untuk tertanggung tersebut. Persamaan mana yang proporsional dengan distribusi posterior dari  $\theta$
- $\theta e^{-\theta/2}$
  - $\theta e^{-3\theta/4}$
  - $\theta e^{-\theta}$
  - $\theta^2 e^{-\theta/2}$
6. Untuk seorang tertanggung, 5 klaim terjadi dengan besar 1,2,3,5, dan 13. Tentukan nilai dari Komogorov-Smirnov statistic untuk menguji goodness of fit dari  $f(x|\theta=2)$ .
- Kurang dari 0,05
  - Antara 0,05 dan 0,10
  - Antara 0,10 dan 0,15
  - Antara 0,15 dan 0,20





7. Sebuah perusahaan asuransi mempunyai data klaim untuk 4 tertanggung selama 7 tahun.  $X_{ij}$  adalah kerugian dari tertanggung ke  $i$  dan tahun ke- $j$ . Diketahui juga bahwa:

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 = 33,60 \text{ dan } \sum_{i=1}^4 (\bar{X}_i - \bar{X})^2 = 3,30$$

Hitung Buhlmann Credibility factor untuk seorang tertanggung dengan metode non parametric empirical Bayes estimation

- Kurang dari 0,74
  - Antara 0,74 dan 0,77
  - Antara 0,77 dan 0,80
  - Antara 0,80 dan 0,83
8. Untuk sebuah studi mortalita dengan right censored data, cumulative hazard rate diestimasi dengan menggunakan Nelson Aalen, diketahui
- Tidak ada kematian antara  $t_i$  dan  $t_{i+1}$
  - 95% confidence interval linier untuk  $H(t_i)$  adalah (0,07125 dan 0,22875)
  - 95% confidence interval linier untuk  $H(t_{i+1})$  adalah (0,15607 dan 0,38635)
  - Hitung jumlah kematian pada waktu  $t_{i+1}$
- 5
  - 6
  - 7
  - 8
9. Diketahui
- Kumpulan risiko yang independen terbagi menjadi dua kelas, yaitu kelas A dan kelas B.
  - Jumlah tertanggung di kelas A dua kali kelas B
  - Jumlah klaim untuk setiap tertanggung mengikuti distribusi Bernoulli
  - Ekspektasi jumlah klaim per tahun untuk kelas A sebesar 0,22 dan kelas B sebesar 0,11
  - Distribusi besaran klaim adalah sebagai berikut
  -

Besar Klaim	Kelas A	Kelas B
50.000	0,60	0,36
100.000	0,40	0,64



Observasi menunjukkan bahwa seorang tertanggung melakukan klaim selama 2 tahun terakhir sejumlah 100.000. Hitung probabilitas bahwa tertanggung tersebut masuk dalam kelas A.

- a. 0,55
- b. 0,57
- c. 0,67
- d. 0,71

10. Tempatkan natural Spline untuk fungsi  $\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$  pada titik 0, 1/3 dan 1.

Tentukan perkiraan untuk  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$  dengan menggunakan spline

- a. 0,35
- b. 0,37
- c. 0,39
- d. 0,42

11. Untuk sebuah kumpulan risiko yang independen, diketahui:

- Risiko terbagi menjadi dua kelas A dan B
- Jumlah tertanggung sama banyak antara kelas A dan kelas B
- Untuk semua jenis risiko, kemungkinan satu kali klaim sebesar 20% dan kemungkinan tidak terjadi klaim sebesar 80%
- Semua klaim di risiko kelas A sebesar 2 dan semua klaim di risiko kelas B sebesar c.

Sebuah risiko dipilih secara acak dan kerugian total dalam satu tahun dicatat. Apabila kita akan memprediksi kerugian untuk risiko yang sama dalam tahun depan, berapa limit dari Buhlmann Credibility factor apabila c mendekati tak hingga.

- a. 0
- b. 1/9
- c. 4/5
- d. 8/9



12. 15 pasien kanker diobservasi dari waktu diagnosis sampai meninggal atau akhir periode observasi yaitu 36 bulan. Kematian yang terjadi adalah sebagai berikut:

Satu kematian di bulan ke-36, dua kematian di bulan ke-15, 24 dan 34, tiga kematian di bulan ke-20 dan  $d$  kematian di bulan ke-30.

Nelson Aalen estimate  $\hat{\lambda}(35) = 1,5641$ . Hitung Nelson Aalen estimate untuk varians dari  $\hat{\lambda}(35)$

- Kurang dari 0,10
- Antara 0,10 dan 0,15
- Antara 0,15 dan 0,20
- Antara 0,20 dan 0,25

13. Informasi berikut diketahui untuk sebuah random sample:

- Jumlah sampel 5
- Sampel berasal dari distribusi Weibull dengan  $\tau=2$ .
- Dua dari sampel diketahui lebih besar dari 50, dan sampel yang lain adalah 20, 30, dan 45

Hitung  $\theta$  dengan metode maximum likelihood estimate.

- Kurang dari 40
- Antara 40 dan 45
- Antara 45 dan 50
- Antara 50 dan 55

14. Sebelum mengamati pola dari sebuah klaim, kita berasumsi bahwa klaim mengikuti distribusi Pareto dengan parameter  $\theta = 10$  dan  $\alpha = 1$  atau 2 atau 3 dengan kemungkinan yang sama. Kemudian sebuah klaim berukuran 20 terjadi. Tentukan posterior probability bahwa klaim berikutnya lebih dari 30

- 0,06
- 0,11
- 0,15
- 0,19





15. Andi dan Anto bersaing di usaha bola lampu. Andi mengiklankan bahwa bola lampunya dua kali lebih lama usianya daripada milik Anto. Untuk menguji kebenarannya sebuah tes dilakukan dengan mengetes 20 lampu Anto dan 10 lampu Andi. Diasumsikan bahwa distribusi jam pakai (dalam jam) bola lampu adalah exponential dan parameter untuk Anto adalah  $\theta=1000$  dan untuk Andi  $\theta=1500$  menggunakan estimasi maximum likelihood. Tentukan  $\theta'$ , maximum likelihood estimate dari  $\theta$  Anto dengan asumsi Andi bahwa  $\theta_{\text{Andi}} = 2 \theta_{\text{Anto}}$ .
- Kurang dari 900
  - Antara 900 dan 950
  - Antara 950 dan 1000
  - Antara 1000 dan 1050
16. Diketahui dari sebuah studi mengenai klaim bahwa 20 percentile = 18,25 dan 80 persentile 35,80. Dengan metode percentile matching parameter  $\mu$  dan  $\sigma$  ditentukan untuk distribusi lognormal. Tentukan kemungkinan bahwa klaim lebih besar dari 30 untuk distribusi tersebut.
- 0,34
  - 0,36
  - 0,38
  - 0,40
17. Karena sebuah kesalahan, data klaim individu hilang. Hanya diketahui bahwa:
- Ada 1000 klaim
  - 800 klaim ada dalam interval  $(0,1000]$
  - 200 klaim ada di interval  $(1000, \infty)$
  - Dengan metode moments, data klaim tersebut mengikuti distribusi exponential dengan  $\theta = 760$
  - Dengan deductible sebesar 1000, kalim yang dibayar mengikuti distribusi exponential dengan  $\theta' = 1000$ . Menggunakan metode moments
- Hitung rata2 kalim untuk 800 klaim yang berada di interval  $(0,1000]$
- 400
  - 425
  - 450
  - 475



18. Untuk sebuah studi dengan interval usia  $(x, x+1]$ , diketahui:
- Ada  $n$  orang yang masuk studi pada usia  $x$
  - 6 orang masuk studi pada usia  $x + 0,4$
  - 4 orang masuk studi pada usia  $x + 0,7$
  - 5 orang meninggal pada usia  $x+0,2$  ;  $x+0,5$  ;  $x+0,6$  ;  $x+ 0,8$  ;  $x+0,9$
  - Product limit estimate  $p_x=0,8290$  berapa  $n$ ?
- a. 20  
b. 21  
c. 22  
d. 23
19. Pendekatan partial credibility di aplikasikan keapda data set dengan 50 klaim. Diasumsikan bahwa besaran klaim terdistribusi merata dengan interval  $[0, \theta]$ . Full credibility standard adalah dalam 5% dari aggregate loss 90% kemungkinan. Partial Credibility factor  $Z$  ditentukan. Setelah tambahan 25 klaim, distribusi dari klaim direvisi menjadi  $[0, 1.2\theta]$  Partial Credibility factor juga direvisi menjadi  $Z'$ . Tentukan  $Z'/Z$
- a.  $1/1,5$   
b.  $(1/1,5)^{0.5}$   
c. 1  
d.  $1,5^{0.5}$
20. Metode momen diaplikasikan untuk mengestimasi parameter  $r$  dan  $\beta$  dari distribusi negative binomial. Momen pertama dan kedua adalah 9 dan 117. Tentukan  $P[N \geq 2]$
- a. 0,05  
b. 0,25  
c. 0,95  
d. 0,50