

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A20 - Probabilitas & Statistik
TANGGAL : Selasa, 24 Mei 2011
JAM : 09:00 sd 12:00 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

2011

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang.
10. Alat komunikasi (telepon seluler, pager, dan lain-lain) harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 5 (lima) hari kerja sejak tanggal pelaksanaan ujian.

1. Jika suatu ruang sampel dapat ditulis sebagai S , dimana peluang $P(A) = 1/2$, $P(B) = 3/4$ dan $P(A \cap B) = 2/3$ maka carilah peluang $P(A \cup B)$?

(A). $6/12$.
(B). $7/12$.
(C). $8/12$.
(D). $9/12$.

2. Dalam suatu ujian, seorang mahasiswa diharuskan menjawab 8 soal dari 10 soal yang diberikan. Berapa banyak pilihan yang dimiliki oleh mahasiswa jika dia harus menjawab paling sedikit 3 soal dari 5 soal yang pertama?

Pilihan Jawaban

(A). 45.
(B). 55.
(C). 90.
(D). 110.

3. Misalkan satu buah dadu dilemparkan 3 kali. Berapa banyak kemungkinan yang terjadi untuk kasus bahwa sisi 6 muncul paling sedikit sekali?

Pilihan Jawaban

(A). 127.
(B). 75.
(C). 216.
(D). 91.

4. Peubah acak kontinu X mempunyai fungsi densitas peluang

$$f(x) = \frac{3}{8}(1+x^2), \quad -1 < x < 1.$$

Misalkan $Y = X^2$. Hitunglah ekspektasi $E(Y)$.

(A). $1/2$.
(B). $1/4$.
(C). $2/5$.
(D). $1/5$.

5. Misalkan $E(X) = 3$, dan $E(X^2) = 5$. Hitunglah $E[(2 + 4X)^2]$.

- (A). 132.
 (B). 112.
 (C). 124.
 (D). 148.

6. Mana dari fungsi-fungsi di bawah ini yang bukan merupakan distribusi peluang untuk peubah acak diskrit X .

- (A). $f(x) = \frac{x+2}{25}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4, 5$.
 (B). $f(x) = \frac{x-1}{5}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4, 5$.
 (C). $f(x) = \frac{x^2}{30}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4, 5$.
 (D). $f(x) = \frac{1}{5}$; untuk $x = 1, 2, 3, 4, 5$.

7. Misalkan bahwa banyaknya kecelakaan yang terjadi di suatu jalan raya setiap hari merupakan suatu peubah acak Poisson dengan parameter $\lambda = 4$. Hitunglah peluang bahwa lebih dari satu kecelakaan terjadi hari ini.

- (A). $4e^{-3}$.
 (B). $1 - 4e^{-3}$.
 (C). $1 - 5e^{-4}$.
 (D). $1 - 3e^{-3}$.

8. Diketahui X_1 dan X_2 adalah variabel acak dengan fungsi kepekatan peluang bersama (*joint probability density function*):

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} 6x_2 & , 0 < x_2 < x_1 < 1 \\ 0 & , \text{selainnya} \end{cases}$$

Tentukan $E\left[X_2 \mid X_1 = \frac{2}{3}\right]$

- (A). $\frac{1}{6}$ (B). $\frac{1}{5}$ (C). $\frac{1}{4}$ (D). $\frac{1}{3}$

9. Bola lampu listrik dari merek A memiliki daya tahan mean 1320 jam dengan deviasi standart 200 jam, sementara bola lampu listrik merek B memiliki daya tahan mean 1200 dengan deviasi standart 100 jam. Jika sample yang diambil secara acak terdiri dari 125 bola lampu untuk setiap merek diuji. Berapakah probabilitas bahwa merek A akan memiliki daya tahan mean yang paling sedikit 160 jam lebih kecil dari pada bola lampu merek B adalah
- (A). 0,023
(B). 0,477
(C). 0,977
(D). 0,987
10. Nilai rata-rata ujian Statistika dari 40 mahasiswa adalah 70. Sepuluh orang mahasiswa mengikuti ujian susulan, sehingga nilai rata-rata keseluruhan menjadi 72. Nilai rata-rata mahasiswa yang mengikuti ujian susulan tersebut adalah:
- (A). 90 (B). 80 (C). 65 (D). 70
11. Diketahui bahwa rata-rata (*mean*) dari besarnya klaim suatu asuransi kecelakaan sama dengan \$400, dan simpangan bakunya sebesar \$1000. Setiap klaim bersifat independen. Tentukan peluang bahwa jumlah dari 25 klaim nilainya melebihi \$15000.
- Pilihan jawaban
- (A). 0,0228
(B). 0,1597
(C). 0,8413
(D). 0,9772
12. Misalkan X merupakan suatu peubah acak dimana $P(X = -c) = P(X = c) = 1/2$, untuk $c > 0$. Hitunglah Variansi $Var(X)$.
- Pilihan Jawaban
- (A). $1 - c$,
(B). c ,
(C). $1 - c^2$,
(D). c^2 .

13. Sepasang suami istri mempunyai 3 orang anak. Berapa peluangnya bahwa anak ke-2 dan ke-3 kedua-duanya perempuan apabila diketahui anak tertuanya adalah perempuan?

Pilihan Jawaban

- (A). $3/4$.
(B). $1/4$.
(C). $1/3$.
(D). $1/2$.

14. Misalkan untuk dua kejadian A dan B, diketahui $P(A) = 3/4$, dan $P(B) = 3/8$. Mana dari pernyataan berikut yang benar:

Pilihan Jawaban

- (A). $P(B | A) \geq 3/8$.
(B). $P(A | B) \leq 1/8$.
(C). $P(B | A) \leq 4/8$.
(D). $P(A | B) \geq 3/8$.

15. Misalkan peubah acak X mempunyai fungsi densitas peluang $f(x) = cx - d$, untuk $0 \leq x \leq 1$, dan diketahui bahwa peluang $P\left(X > \frac{1}{2}\right) = 3/4$. Tentukanlah konstanta c dan d .

Pilihan Jawaban

- (A). $c = 0, d = 2$.
(B). $c = 2, d = 0$.
(C). $c = 2, d = 1$.
(D). $c = 1, d = 2$.

16. Peubah acak kontinu X mempunyai fungsi densitas peluang $f(x) = 0,5 \cdot e^{-|x|}$; untuk $-\infty < x < \infty$.
Hitunglah peluang $P(|X| \geq 2)$.

Pilihan Jawaban

- (A). e^{-2} .
(B). $1 - e^{-2}$.
(C). $\frac{1}{2} - e^{-2}$.
(D). $e^{-1/2}$.

17. Misalkan peubah acak X mempunyai fungsi pembangkit momen (*moment generating function*) $M_X(t) = E(e^{tX})$. Untuk sembarang konstanta a dan b , maka fungsi pembangkit momen untuk peubah acak $aX + b$ adalah

Pilihan Jawaban

- (A). $e^{at} M_X(bt)$.
 (B). $e^{a+bt} M_X(at)$.
 (C). $e^{at+b} M_X(t)$.
 (D). $e^{bt} M_X(at)$.

18. Misalkan X merupakan peubah acak yang berdistribusi beta dengan parameter a dan b , dimana distribusi peluangnya adalah

$$f(x) = \frac{1}{B(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}; \quad 0 < x < 1.$$

dimana $B(a, b)$ merupakan fungsi beta dengan

$$B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$$

dan $\Gamma(\cdot)$ merupakan fungsi gamma.

Tentukanlah ekspektasi dari peubah acak X .

Pilihan Jawaban

- A. $\frac{a}{a+b}$.
 B. $\frac{b}{a+b}$.
 C. $\frac{a}{a-b}$.
 D. $\frac{b}{a-b}$.

19. Misalkan Z merupakan suatu peubah acak normal baku (*standard normal*). Untuk $x > 0$, mana yang salah dari pernyataan-pernyataan di bawah ini

Pilihan Jawaban

- (A). $P(|Z| > x) = 1 - P(|Z| < x)$.
 (B). $P(|Z| > x) = 2P(Z > x)$.
 (C). $P(|Z| < x) = 1 - P(Z > x)$.
 (D). $P(|Z| < x) = 2P(Z < x) - 1$.

20. Suatu perusahaan yang memproduksi baut menspesifikasikan diameter baut antara 1,19 inci dan 1,21 inci. Jika diameter baut yang diproduksi mengikuti distribusi normal dengan rata-rata 1,2 dan simpangan baku (*standard deviation*) 0,005, maka berapa persen dari baut-baut yang diproduksi tidak memenuhi spesifikasi?

Petunjuk: Diketahui fungsi distribusi kumulatif untuk normal baku $\Phi(-2) = P(Z < -2) = 0,0228$.

Pilihan Jawaban

- (A). 0,0456.
 (B). 0,9772.
 (C). 0,0228.
 (D). 0,9544.

22. Misalkan X merupakan suatu peubah acak dengan distribusi peluang

$$f(x) = \frac{1+x}{2}; \quad -1 < x < 1.$$

Tentukan distribusi peluang untuk peubah acak $Y = X^2$.

Pilihan Jawaban

- (A). $f(y) = 3y^2; \quad 0 < y < 1$.
 (B). $f(y) = \frac{1}{2}y; \quad 0 < y < 1$.
 (C). $f(y) = \frac{1}{2}y^{1/2}; \quad -1 < y < 1$.
 (D). $f(y) = \frac{1}{2}y^{-1/2}; \quad 0 < y < 1$.

23. Misalkan X merupakan peubah acak yang berdistribusi normal baku dengan fungsi densitas peluang

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}; \quad -\infty < x < \infty.$$

Tentukan distribusi peluang untuk $Y = |X|$.

Pilihan Jawaban

(A). $f(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}; \quad 0 < y < \infty.$

(B). $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}; \quad 0 < y < \infty.$

(C). $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}; \quad -\infty < y < \infty.$

(D). $f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-y^2/2}; \quad 0 < y < \infty.$

24. Misalkan peubah acak X dan Y menyatakan temperatur dari suatu objek masing-masing dalam derajat Celcius dan Fahrenheit. Diketahui bahwa $Y = \frac{9}{5}X + 32$, dan $X = \frac{5}{9}Y - \frac{160}{9}$. Jika peubah acak Y berdistribusi normal, $N(\mu, \sigma^2)$, kemudian peluang $P(90 \leq Y \leq 95) = 0,95$, dan $P(a \leq X \leq b) = 0,95$, untuk beberapa $a < b$. Tentukan nilai a dan b .

Pilihan Jawaban

(A). $a = 315/9$, dan $b = 290/9$.

(B). $a = 450/9$, dan $b = 475/9$.

(C). $a = 290/9$, dan $b = 315/9$.

(D). $a = 475/9$, dan $b = 450/9$.

25. Misalkan sampel acak X, Y dan Z diambil dari distribusi populasi normal yang sama dengan mean μ dan variansi σ^2 yang tidak diketahui. Jika terdapat Hipotesa $H_0 : \mu = 0$ dan hipotesa alternatif $H_1 : \mu > 0$ dan tingkat level keakuratan test ini sebesar 0,05. Tentukan nilai σ , jika keputusan menolak H_0 jika dan hanya jika $X + Y + Z = 20\sqrt{3}$?.

Pilihan Jawaban

(A). 10,15

(B). 12,20

(C). 24,50

(D). 36,80

26. Misalkan sampel acak X_1, X_2, \dots, X_{25} dan Y_1, Y_2, \dots, Y_{25} diambil dari distribusi normal saling bebas dengan mean μ_X dan μ_Y yang tidak diketahui dan variansi $\sigma^2 = 100$. Jika Hipotesa $H_0 : \mu_X = \mu_Y$ dan hipotesa alternatif $H_1 : \mu_X > \mu_Y$, dan diketahui bahwa selisih rata-rata sampel X dikurangi rata-rata sampel Y bernilai 3,96. Kesimpulan apa mana yang benar?

Pilihan Jawaban

- (A). Tolak H_0 pada level keakuratan 0,025
 (B). Tolak H_0 pada level keakuratan 0,050 tetapi tidak pada level 0,025
 (C). Tolak H_0 pada level keakuratan 0,075 tetapi tidak pada level 0,050
 (D). Tolak H_0 pada level keakuratan 0,100 tetapi tidak pada level 0,075

27. Misalkan X dan Y adalah dua buah peubah acak kontinu yang saling bebas. Misalkan juga bahwa f_X dan f_Y masing-masing menyatakan fungsi densitas peluang untuk peubah acak X dan Y , serta F_X dan F_Y masing-masing menyatakan fungsi distribusi kumulatif untuk peubah acak X dan Y . Mana pernyataan di bawah ini yang benar.

Pilihan Jawaban

- (A). $P(X + Y \leq a) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(a - y)f_Y(y)dx.$
 (B). $P(X + Y \leq a) = \int_{-\infty}^{\infty} F_Y(a - x)f_X(x)dy.$
 (C). $P(X + Y \leq a) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(a - y)f_Y(y)dy.$
 (D). $P(X + Y \leq a) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(a - x)f_Y(y)dx.$

28. Misalkan X dan Y adalah dua buah peubah acak kontinu yang saling bebas. Misalkan juga bahwa f_X dan f_Y masing-masing menyatakan fungsi densitas peluang untuk peubah acak X dan Y , serta F_X dan F_Y masing-masing menyatakan fungsi distribusi kumulatif untuk peubah acak X dan Y . Mana pernyataan di bawah ini yang benar.

Pilihan Jawaban

- (A). $P(Y \leq X) = \int_{-\infty}^{\infty} F_Y(y)f_X(y)dy.$
- (B). $P(X \leq Y) = \int_{-\infty}^{\infty} F_Y(y)f_X(y)dy.$
- (C). $P(Y \leq X) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(y)f_Y(y)dy.$
- (D). $P(X \leq Y) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(y)f_Y(y)dy.$

29. Mahasiswa-mahasiswa di suatu perguruan tinggi tertentu memesan majalah A, B, dan C dengan komposisi: mahasiswa yang memesan hanya majalah A ada 20%, mahasiswa yang memesan hanya majalah B ada 11%, mahasiswa yang memesan hanya majalah C ada 10%, mahasiswa yang memesan hanya majalah A dan B ada 5%, mahasiswa yang memesan hanya majalah A dan C ada 4%, mahasiswa yang memesan hanya majalah B dan C ada 3%, dan mahasiswa yang memesan majalah A, B dan C ada 2%. Jika seorang mahasiswa dipilih secara acak, berapa peluangnya bahwa mahasiswa tersebut tidak memesan majalah baru?

Pilihan Jawaban

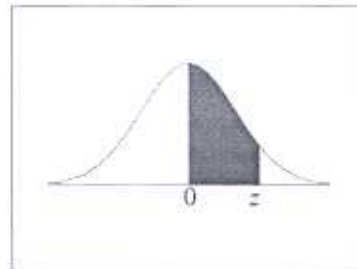
- (A). 0,41.
- (B). 0,45.
- (C). 0,59.
- (D). 0,55.

30. Diketahui ruang sampel, $S = \{x \text{ bilangan integer} | 1 \leq x \leq 200\}$, dan kejadian A, dimana $A = \{x \in S | x^2 + 1 \leq 440\}$. Hitunglah peluang $P(A)$.

Pilihan Jawaban

- (A) $P(A) = 1/8$.
- (B) $P(A) = 2/10$.
- (C) $P(A) = 2/8$.
- (D) $P(A) = 1/10$.

Standard Normal Distribution Table



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998